Série n°10 – 1er mai 2025
Plasticité, dureté et ténacité

Exercice 1 :

Répondez par vrai ou faux aux questions suivantes :

Vrai Faux

a. *L'écrouissage des métaux est une augmentation de leur limite élastique due à la présence des dislocations créées lors de tests mécaniques précédents au-delà de la limite élastique.* ■ □

C'est exact : lors de tests au-delà de la limite élastique, les métaux se déforment plastiquement essentiellement via la formation de dislocations. Ces dislocations se gênent mutuellement dans leur mouvement. Plus il y a de dislocations, plus la contrainte nécessaire à leur mouvement, c-a-d la limie élastique, augmente. Ceci peut se visualiser par un test de charge-décharge.

b. *Une empreinte de dureté Vickers est un test mécanique simple qui permet de déterminer le module élastique d'un matériau.* □ ■

C'est faux : l'empreinte laissée dans le matériau est une signature de sa limite élastique.

c. *La marque d'indentation laissée dans le matériau après avoir retiré l'indenteur a la même profondeur et la même surface que lorsqu'il était enfoncé dans le matériau.* □ ■

C'est faux : Au moment où l'indenteur est enfoncé dans le matériau, la déformation est la somme des contributions élastique et plastique. Lorsqu'on le retire, il y a un léger retour élastique, ce qui diminue légèrement la taille et la profondeur de l'empreinte (voir dessin slide 21).

d. *La ténacité d'un matériau mesure sa capacité à résister à la propagation d'une fissure lorsqu'il est soumis à une contrainte.* ■ □

e. *L'énergie de surface est mesurée en J/m^2, le module élastique en N/m^2 et la ténacité en N/m$^{3/2}$.* ■ □

f. *La contrainte en pointe d'une fissure de profondeur l est doublée si la fissure a une profondeur double.* □ ■

C'est faux : Le facteur d'intensité de contraintes K_1 dépend de la racine carrée de la profondeur de la fissure.

g. *L'intérêt des matériaux ductiles est que l'énergie pour faire avancer une fissure nécessite de plastifier une zone en pointe d'une fissure.* ■ □

h. *L'augmentation de la limite élastique d'un matériau a comme effet de diminuer la taille de la zone plastifiée en pointe de* ■ □

fissure, et donc de diminuer la taille de fissure critique, i.e. le matériau tend à être plus résistant, mais aussi plus fragile.

i. *En abaissant la température, un matériau a tendance à devenir moins fragile.*

C'est faux : Sauf les métaux cfc qui gardent une certaine ductilité à basse température, les autres métaux et les polymères ont une augmentation de la limite élastique lorsque la température descend. La limite élastique augmentant, la dimension de la zone plastifiée diminue, ce qui rend le matériau plus fragile.

j. *Une fissure dans un matériau en compression ne se propage pas spontanément même si elle a une dimension l_{crit}.*

C'est exact : Toute l'analyse qui a été faite pour la ténacité suppose que la zone de la fissure est soumise à une traction, et non à une compression qui tend à fermer les lèvres de la fissure.

Exercice 2 : Test de dureté

On fait un test de dureté Vickers avec un poids de 1kg sur un acier. On obtient l'empreinte ci-dessous.

a. *Estimez la longueur moyenne des diagonales de cette empreinte.*

Sur la figure ci-dessous, on mesure $d_1 = 46.5$ mm, $d_2 = 46$ mm, soit 46.25 mm en moyenne. Or la référence de 20 µm mesure 16 mm, donc l'empreinte fait effectivement 57.8 µm.

b. *Calculez la dureté Vickers du matériau testé ?*

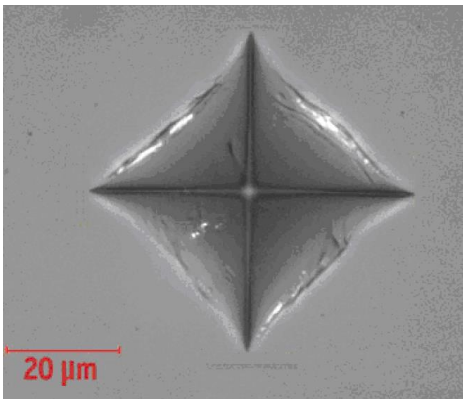
La dureté Vickers du matériau dont l'empreinte a été faite avec un poids de 1 kg vaut :

$$H_V = 1.854 \times \frac{m\ [\mathrm{kg}]}{d^2\ [\mathrm{mm}^2]} = 555.1$$

c. *Quelle valeur de la limite élastique pouvez-vous estimer (en MPa) à partir de cette mesure ?*

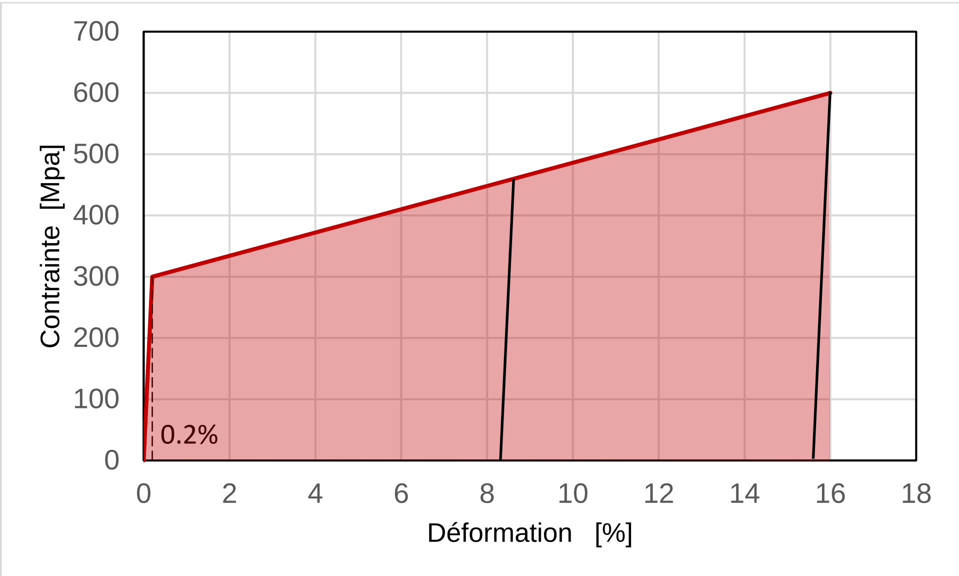
La dureté $H_V^{\mathrm{MPa}} \approx gH_V$ se mesure directement en MPa lorsque d est en mm^2. Le test de dureté étant une compression locale du matériau, la dureté correspond à environ 3 fois la limite élastique σ_Y (mesurée en traction sur une section uniforme du matériau). Donc :

$$\sigma_\mathrm{Y} \approx \frac{H_V^{\mathrm{MPa}}}{3} \approx \frac{gH_V}{3} \approx 3H_V = 1665\ \mathrm{MPa}$$



Exercice 3 : Comportement idéal élastique-plastique d'un alliage et ténacité

Le comportement élasto-plastique de l'acier est approximé par le comportement idéal élastique-plastique ci-dessous :



a. *Quels sont le module élastique et la limite élastique ? Quelle est alors la valeur de la déformation élastique à cette limite ?*

Le module élastique, qui correspond à la première partie de la courbe de traction, se mesure en divisant la limite élastique $\sigma_Y = 300\ \mathrm{MPa}$ par la déformation élastique à cet instant $\varepsilon_{el} = 0.2\%$. On a donc : $E = 300\ \mathrm{MPa}/0.002 = 150\ \mathrm{GPa}$. Attention à bien convertir 0.2% en 0.002 !

b. *Quel est le coefficient d'écrouissage ?*

Le coefficient d'écrouissage est la pente de la courbe de traction après avoir dépassé la limite élastique : il mesure l'augmentation de la limite élastique. La pente vaut donc :

$$n = \frac{(600 - 300)\ \mathrm{MPa}}{0.16 - 0.002} \approx \frac{300\ \mathrm{MPa}}{0.16} = 1'875\ \mathrm{MPa}$$

c. *Si l'on charge l'éprouvette en traction jusqu'à la limite élastique, quelle sera alors la courbe contrainte-déformation lors de la décharge ?*

N'ayant pas dépassé la limite élastique, la traction est réversible : lors de la décharge, on revient au point de départ et la courbe $\sigma - \varepsilon$ suit donc la même trajectoire, inversée, lors de la charge.

d. A la limite élastique, quelle est la densité d'énergie de déformation accumulée dans le matériau ? Et l'énergie de déformation ? Est-elle restituée lors de la décharge ?

La densité d'énergie accumulée par le matériau lorsque la contrainte $\sigma = \sigma_{0.2}$ est donnée par l'aire du triangle, soit :

$$w = \frac{1}{2}\sigma_{0.2}\varepsilon_{el} = 0.5 \times (300 \times 10^6) \times 0.002 = 300'000\ \mathrm{N/m^2} = 300\ \mathrm{kJ/m^3}$$

L'énergie élastique accumulée est le produit de cette densité d'énergie multipliée par le volume de la zone déformée de l'échantillon. Cette énergie, comme celle d'un ressort, est restituée en cas de décharge.

e. On charge le matériau jusqu'à 450 MPa, puis on le décharge. Quelle est la nouvelle limite élastique du matériau ?

A 450 MPa, on a dépassé la limite élastique du matériau et celui-ci se déforme plastiquement, notamment par la création de très nombreuses dislocations. Lorsque le matériau est déchargé, le module élastique étant inchangé, il revient à $\sigma = 0$ avec la même pente E (voir dessin). A cause de l'écrouissage, c'est-à-dire l'augmentation du nombre de dislocations qui limite leur mouvement, la nouvelle limite élastique est la contrainte atteinte au moment de la décharge, soit 450 MPa.

f. On applique une contrainte jusqu'à la valeur maximum de 600 MPa. Quelle est la déformation totale ? Calculez la densité d'énergie totale de déformation à cet instant.

La déformation est alors de 16% : elle est la somme d'une déformation élastique et d'une déformation plastique. La densité d'énergie de déformation totale à cet instant est celle de l'aire en rouge sur la figure. Cette aire est la somme de l'aire du triangle calculée précédemment jusqu'à la limite élastique et de celle sous la courbe allant de 0.2% jusqu'à 16% de déformation. Cette dernière est l'aire d'un trapèze ayant pour bases 300 MPa (à la limite élastique) et 600 MPa (la contrainte actuelle). On a donc :

$$w_{rupt} = 300\ \mathrm{kJ/m^3} + \frac{(300 + 600)\ \mathrm{MPa}}{2} \times (016 - 0.002) = 71.4\ \mathrm{MJ/m^3}$$

Si l'on suppose que le matériau rompt à cette déformation de 16% (on néglige la dernière étape de striction), c'est la densité d'énergie nécessaire pour la rupture du matériau.

g. Quelle sera alors la courbe contrainte-déformation lors de la décharge ? Quelle est la déformation résiduelle (plastique) à charge nulle ?

Lors de la décharge, le module élastique n'est pas changé et on revient donc à une contrainte nulle avec la même pente E (voir figure). Le retour élastique lors de cette décharge correspond donc à une déformation : $\varepsilon_{el} = 600\ \mathrm{MPa}/150\ \mathrm{GPa} = 0.4\%$. Puisque sous charge, la déformation totale valait 16%, la déformation plastique qui persistera à contrainte nulle vaut donc :

$$\varepsilon = 16\% = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{pl} = 15.6\%$$

Si le matériau rompt à la contrainte 600 MPa (on néglige la striction), 15.6% est la ductilité de cet acier.

h. Quelle est la densité d'énergie élastique restituée ?

La densité d'énergie élastique pouvant être restituée est à nouveau l'aire d'un triangle dont la hauteur (600 MPa) et la base (0.4%) sont le double de celles du triangle calculé en (d). Donc :

$$w = \frac{1}{2}\sigma_{0.2}\varepsilon_{el} = 0.5 \times (600 \times 10^6) \times 0.004 = 1'200 \text{ kJ/m}^3$$

i. L'énergie étant conservée, où est passée la différence entre densité d'énergie totale de déformation et densité d'énergie élastique restituée ?

La différence entre l'énergie totale de déformation (élastique + plastique) calculée sous (f) et celle restituée par retour élastique (sous (h)) est l'énergie plastique. Cette énergie plastique se décompose en l'énergie des dislocations qui ont été créées pendant la déformation plastique, et en dissipation de chaleur. L'énergie des dislocations vient de la distorsion des positions atomiques (par rapport au cristal parfait) dans le voisinage de la ligne de dislocation.

j. Le volume de la pièce est-il alors changé ?

La déformation plastique se fait à volume quasi contant et donc une fois la contrainte relâchée, le volume du matériau déformé plastiquement est égal au volume initial.

k. Cet acier a une ténacité $K_{1c} = 60 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. Or, son énergie d'interface $\gamma = 2 \text{ J/m}^2$. Quelle est l'énergie plastique G_c impliquée dans l'avancement d'une fissure ?

La ténacité pour un matériau élasto-plastique est définie comme : $K_{1c} = \sqrt{(2\gamma + G_c)E}$. L'énergie plastique de déformation en pointe d'une fissure vaudra donc :

$$G_c = \frac{K_{1c}^2}{E} - 2\gamma = \frac{36 \times 10^{14} \text{ Pa}^2\text{m}}{1.5 \times 10^{11}\text{Pa}} - 2 \text{ J/m}^2 = (24'000 - 2) \text{ J/m}^2 \approx 24 \text{ kJ/m}^2$$

On constate que l'énergie de surface nécessaire pour rompre les liaisons est négligeable devant l'énergie de déformation plastique nécessaire pour faire avancer une fissure.

l. Comparez cette énergie plastique G_c (J/m^2) avec la densité d'énergie plastique avant rupture calculée au point (f) ? Cela fait apparaître une dimension. A quoi pouvez-vous associer cette dimension dans le matériau ?

L'énergie totale calculée au point (f) correspond à une densité volumique d'énergie de déformation (J/m^3), alors que G_c a la même unité qu'une énergie de surface (J/m^2). Si l'on met en relation ces deux grandeurs, on fait apparaître une dimension l :

$$l = \frac{G_c}{w_{rupt}} = \frac{24 \times 10^3 \text{ J/m}^2}{71.4 \times 10^6 \text{ J/m}^3} \approx 0.336 \text{ mm}$$

Cette dimension est typiquement représentative de la zone déformée plastiquement devant une fissure : il ne suffit pas de rompre des liaisons avec une énergie de surface γ (matériau élastique jusqu'à la rupture), il faut au préalable déformer plastiquement toute une zone en avant de la fissure. On peut comparer cette dimension à celle de la longueur critique l_{crit} déduite du rapport entre ténacité et limite élastique (au moment de la rupture, $\sigma_{el} = 600 \text{ MPa}$):

$$l_{crit} = \frac{K_{1c}^2}{\pi\sigma_{el}^2} = \frac{36 \times 10^{14}\ \mathrm{Pa^2 m}}{3.14 \times 36 \times 10^{16}\ \mathrm{Pa^2}} \approx 3\ \mathrm{mm}$$

Il y a un ordre de grandeur entre les deux. En fait, la valeur de w_{rupt} insérée dans l'expression de l est <u>trop grande</u> car elle suppose le matériau déjà entièrement plastifié, avec en quelque sorte une zone plastique de taille infinie. En réalité, lorsque la fissure avance, le matériau en avant de celle-ci doit « déplacer » la zone de plastification de dimension r_Y (voir slide 32). En diminuant la valeur w_{rupt}, la valeur de l se rapprocherait de l_{crit}.

Exercice 4 : Tube en verre

On reprend l'expression (Exercice 4 de la série n° 9) de la contrainte circonférentielle dans un tube cylindrique, cette fois en verre, de rayon R et d'épaisseur e, soumis à une pression intérieure p :

$$\sigma_{\theta\theta} = p\frac{R}{e}$$

Les caractéristiques du verre sont : $\sigma_{max} = 30\ MPa$; $K_{1c} = 0.7\ MPa\sqrt{m}$; $E = 65\ GPa$.

Les caractéristiques du tube sont $R = 15\ mm$ et $e = 1\ mm$.

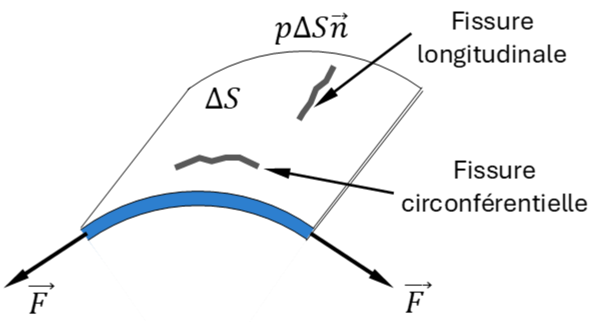
a. *En prenant un facteur de sécurité 2 pour que le tube ne casse pas, quelle pression maximum le tube en verre peut-il supporter s'il ne contient aucune fissure visible ?*

En prenant $\sigma_{\theta\theta} = 0.5 \times \sigma_{max} = 15\ \mathrm{MPa}$, la relation ci-dessus donne :

$$p = \sigma_{\theta\theta}\frac{e}{R} = 15\ \mathrm{MPa}\ \frac{1\ \mathrm{mm}}{15\ \mathrm{mm}} = 1\ \mathrm{MPa}$$

b. *Une fissure longitudinale (parallèle à l'axe du cylindre) dans la paroi du tube est-elle plus ou moins dangereuse qu'une fissure de même longueur et profondeur, perpendiculaire à l'axe du cylindre ?*

Une fissure parallèle à l'axe du cylindre est directement soumise à la contrainte tangentielle $\sigma_{\theta\theta}$, alors qu'une fissure perpendiculaire à cet axe n'est a priori pas soumise à cette contrainte. C'est d'ailleurs la raison pour laquelle les tuyaux soumis à de grandes pressions (par ex. cuve d'un réacteur nucléaire) sont forgés à partir d'un anneau, sans soudure longitudinale. Les éléments ainsi forgés peuvent être soudés circulairement sans que des fissures créées lors de la soudure exposent le tube à ces contraintes.



c. *Vous constatez que le tube contient une fissure longitudinale à la surface extérieure : sa profondeur est de $0.2\ mm$. A quelle pression interne le tube va-t-il très probablement exploser ?*

On applique d'abord la relation $K_1 = \sigma_{\theta\theta}\sqrt{\pi l} = K_{1c}$ pour trouver la contrainte tangentielle maximum. Soit :

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{K_{1c}}{\sqrt{\pi l}} = \frac{0.7 \text{ MPa m}^{1/2}}{\sqrt{\pi \times 2 \times 10^{-4}}} = 27.9 \text{ MPa}$$

En appliquant alors la relation entre pression et contrainte tangentielle, on trouve $p = 1.89 \text{ MPa}$. A noter que la valeur de la contrainte trouvée est juste inférieure à la limite élastique du verre (30 MPa), le verre ayant un comportement fragile (pas de plasticité).